

平成30年度 大学院経営管理教育部 (専門職学位課程)

入学試験問題 (一般選抜)

【数学】

第1問

1. i, j, k は互いに直交する単位ベクトルである。このとき、以下の問に答えなさい。

1) $a = i + 2j + 2t^2k$ 、 $b = 2t^2i + tj + k$ に対して、内積 $a \cdot b$ と外積 $a \times b$ を求めなさい。

2) $a = yzi - zyj + xyk$ に対して、発散 $\operatorname{div} a$ と回転 $\operatorname{rot} a$ を求めなさい。

2. 以下のベクトルが 1 次従属 (線形従属) になるように、 m の値を求めなさい。

$$a = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} m \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3. パラメータ a, b, c, d (ただし、 $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$) を含む下記の問題について、以下の問に答えなさい。

$$\min f(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2$$

subject to

$$x + y + z = d$$

$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$$

1) 凸計画問題 (凸最適化問題) であることを示しなさい。

2) 最適解を求めなさい。

4. ある自動車メーカーでは、大型、中型、小型の 3 種類の乗用車が生産されている。いずれの乗用車の生産においても、組立と塗装が必要である。組立に要する工員は、1 台あたり、大型が 6 人、中型が 5 人、小型が 4 人である。塗装に要する工員は、1 台あたり、大型が 5 人、中型が 4 人、小型が 3 人である。ただし、組立には最大 1800 人まで、塗装には最大 1400 人までしか、工員を雇用することはできない。また、1 台あたりの販売利益は、大型が 9 万円、中型が 7 万円、小型 6 万円であり、生産すれば必ず売れるものとする。3 種類の乗用車の総販売利益が最大になるように、3 種類の乗用車を生産したい。このとき、以下の問に答えなさい。

1) 大型、中型、小型の乗用車を、それぞれ何台ずつ生産すればよいか。

2) 組立のために雇用できる最大の工員数が変化したため、大型 25 (台)、中型 0 (台)、小型 265 (台) のときに、総販売利益が最大となった。このとき、組立のために雇用できる最大の工員数は何人であるか。

平成30年度 大学院経営管理教育部 (専門職学位課程)

入学試験問題 (一般選抜)

【数学】

第2問

1. 次の関数の導関数を求めなさい。

(1) $y = \sqrt{1-x^2}$ (2) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$

2. 次の不定積分を計算しなさい。

(1) $\int \frac{x}{1-x^2} dx$ (2) $\int x \log x dx$

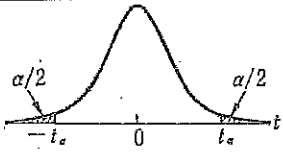
3. 次の関数 $f(x, y)$ の極値を求めなさい。極大値か極小値かを示すこと。

(1) $f(x, y) = x^2 + y^2$ (2) $f(x, y) = -x^2 + xy - y^2 + 2x + y$

4. $0 < x < y$ のとき、 $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{(1+x)^{r-1}}{(1+y)^r}$ を求めなさい。計算過程を明記すること。

5. 次の問いに答えなさい。

(1) 確率変数 X と Y が独立であるとき、 $\text{Var}(X-Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$ であることを証明しなさい。ただし、 $\text{Var}(\cdot)$ は分散を表す。(2) 確率変数 X_i ($i=1, 2, 3, 4$) は、それぞれが独立で平均 μ と分散 σ^2 の正規分布にしたがう。確率変数 X_i が、 $X_1=20$ 、 $X_2=20$ 、 $X_3=40$ 、 $X_4=20$ という値をとったとき、有意水準 5% で仮説： $\mu \leq 0$ を検定しなさい。下記の t 分布の表を利用すること。

t 分布表		$\alpha = P(t \geq t_\alpha) = 1 - \int_{-t_\alpha}^{t_\alpha} f(t) dt$								
										
m (自由度)	α	0.50	0.40	0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.001
1		1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2		0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3		0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4		0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610

(3) 母平均の推定量に標本平均が推奨される理由として、標本平均がもつ好ましい性質を2つあげ、それぞれの性質について説明しなさい。