2018.12

2019年度　大学院経営管理教育部（専門職学位課程）

入学試験問題（一般選抜）

【数学】

第1問

1．次の微分方程式を解きなさい。

1）$\left(1+x^3\right)y'-3x^2y=0$

2）$y'=\dfrac{2x+y}{y}$

3）$y'+ky=E\sin x$　（k,Eは定数）

2．円柱$x^2+y^2=1$　$(0\le z\le 1)$の全表面をSとするとき、ベクトル場$\mathbf{A}=x^2\mathbf{i}-xy\mathbf{j}+z^2\mathbf{k}$の$S$上の面積分を求める。このとき以下の問いに答えよ。

1）ベクトル場$\mathbf{A}$のS上の面積分を体積積分で表しなさい。

2）1）の体積積分を計算しなさい。

3．ある工場では、機械A、Bをそれぞれ全体の60 %、40 %の割合で用いてボルトを作っている。A、Bで作った製品が不良品である確率は、それぞれ0.02、0.01である。この製品の中から1本のボルトを選びだすとき、次の確率を求めよ。

1）それが不良品である確率

2）選び出されたボルトが不良品であったとき、それが機械Aで作られたものである確率

2019年度　大学院経営管理教育部（専門職学位課程）

入学試験問題（一般選抜）

【数学】

第２問

１．以下の設問に全て答えなさい。

（１）$x>0$ で定める以下の関数 $f(x)$ の $x=a$ における微係数 $f'(a)$ を求めよ。ただし、a は正の実数、p は０でない実数とする。

$$f(x)=\left(\frac{x^p+a^p}{2}\right)^{\frac{1}{p}}$$

（２）$f(x)=x^2\log x\ (x>0)$ の最小値を求めよ。

（３）$(1-x^2)^{-1}$ を積分せよ。

２．次の文章は、フィボナッチ数列 $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n\quad(a_0=0,\ a_1=1)$ の一般形を求める手順を示したものである。（１）～（６）にあてはまる数式、数値を答えよ。

フィボナッチ数列は、2×2 の行列 $A=\boxed{\text{（１）}}$ とすると、

$\begin{pmatrix} a_{n+2} \\ a_{n+1} \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_n \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_1 \\ a_0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ とかけるので、帰納的に

$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_n \end{pmatrix}=A^n\begin{pmatrix} a_1 \\ a_0 \end{pmatrix}=A^n\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\cdots(*)$　であることがわかる。

A の固有方程式 $\boxed{\text{（２）}}$ から、固有値は２つあり、対角化可能である。そこで、固有値と固有ベクトルを求める。固有値を α、β(ただし、$\alpha>\beta$) とすると、$\alpha=\boxed{\text{（３）}}$、$\beta=\boxed{\text{（４）}}$ となる。そこで、α、β を用いて固有値を順に対角成分とする行列を J、固有ベクトルを順に束ねた行列を P とすると

$J=\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$、$P=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\beta & -\alpha \end{pmatrix}$ となり、$J=P^{-1}AP$ と対角化できる。

したがって、$A^n=(PJP^{-1})^n=PJ^nP^{-1}=\boxed{\text{（５）}}$ となるので、これを $(*)$ 式に代入して、フィボナッチ数列の一般項を求めると $a_n=\boxed{\text{（６）}}$ となる。

３．ある確率分布の平均値 μ について、独立な不偏推定量 X_1 および X_2 があり、それぞれの分散を σ_1^2、σ_2^2 とする。これらを用いた μ の推定量 $\hat{\mu}=\alpha_1X_1+\alpha_2X_2$ を考える。ただし、α_1 および α_2 は定数である。

（１）推定量 $\hat{\mu}$ が不偏になるために満たすべき α_1 と α_2 の関係を求めよ。

（２）推定量 $\hat{\mu}$ が不偏で、かつ分散最小となる（有効性）ように α_1 と α_2 を求めよ。またそのときの推定量 $\hat{\mu}$ の分散を求めよ。

（３）推定量が持つべき不偏性、有効性以外の性質について簡単に説明せよ。

（４）区間推定を行う際の「95%信頼区間」の意味を簡単に説明せよ。