

2022年度 大学院経営管理教育部（専門職学位課程）

入学試験問題（一般選抜）

【数 学】

第1問

 以下の設問全てに答えなさい。

1. パラメータ $\lambda (\lambda > 0)$ の指数分布の確率密度関数は、次の式となる。

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & (x \geq 0) \\ 0 & (x < 0) \end{cases}$$

- 1) 指数分布の期待値と分散を求めよ。なお、計算過程も必ず示すこと。
 2) $\lambda = 1/2$ の指数分布と自由度 2 のカイ二乗分布は、一致することを示せ。なお、自由度 k のカイ二乗分布の確率密度関数は以下のとおりである。 $\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt$ はガンマ関数である。

$$g(y) = \begin{cases} \frac{e^{-\frac{y}{2}} \frac{k}{2}}{2^{\frac{k}{2}} \Gamma(\frac{k}{2})} & (y \geq 0) \\ 0 & (y < 0) \end{cases}$$

- 3) 企業 A 社の工場では、1 日当たり平均 6 個の不良品が生じる。前の不良品が生じてから次の不良品が生じるまでの間隔 Z は、指数分布に従うものとする。前の不良品の発生から次の不良品までの間隔が「1 時間 $< Z \leq$ 2 時間」となる確率を求めよ。なお、工場の 1 日の稼働時間は 8 時間とする。 $e^{-1.5} = 0.223$ 、 $e^{-0.75} = 0.472$ とする。
2. 以下のラグランジュ関数 $L(x, \lambda, \gamma)$ について、未定乗数の λ と γ を求めよ。なお、計算過程も必ず示すこと。 A は $n \times n$ 行列、 x, y, z は $n \times 1$ 行列（ n 次の列ベクトル）である。添え字の T は転置を意味する。

$$L(x, \lambda, \gamma) = \frac{1}{2} x^T A x + \lambda(5 - x^T y) + \gamma(1 - x^T z)$$

3. 企業 B では、ある製品を 2 つの生産ライン X と Y で製造する。生産ライン X と Y の間で、品質に差が生じているかを調べるため、生産ライン X と Y からそれぞれ 25 個の無作為標本を抽出したところ、生産ライン X の品質スコアの標本平均は 10.4、生産ライン Y の品質スコアの標本平均は 10.2 であった。なお、品質スコアの母分散は、生産ライン X が 0.09、生産ライン Y が 0.16 であることは既知とする。このとき、生産ライン X と Y で製造される製品の品質に差があるか、有意水準 5% で検定せよ（ $z_{0.025} = 1.96$ とする）。

2022年度 大学院経営管理教育部（専門職学位課程）

入学試験問題（一般選抜）

【数 学】

第2問

以下の設問全てに答えなさい。

1. 次の式で表される行列 A について考える. ただし, a は定数である.

$$A = \begin{pmatrix} 1.2 & a \\ -0.2 & 0.3 \end{pmatrix}$$

- 1) A が逆行列を持たないとき, a の値を求めよ.
- 2) A が固有値を1つしか持たないとき, a の値を求めよ.
- 3) $a = 0.7$ のときを考える.
 - i) A の固有値と固有ベクトルを求めよ.
 - ii) n を自然数とするととき, A^n を求めよ.
 - iii) n を限りなく大きくしたとき, A^n の極限を求めよ.

2. 以下の1) から3) の微分方程式を解け. また, 4) については, 指示にしたがって問いに答えよ.

1) $x \frac{dy}{dx} = x + y$

2) $x \frac{dy}{dx} + 2y = \sin x$

3) $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} - 6y = 0$

- 4) ある人が銀行から2000万円の融資を受けた. 金利は年4%で変動がなく, 返済金額は毎年一定で b 万円であり, 返済期間は25年である. 融資を受けてからの時刻 t 年における融資額の残高を $f(t)$ 万円とするととき, $f(t)$ が従う微分方程式を求めよ. また, その微分方程式を解き, 毎年の返済金額 b を求めよ.